

Шифр работы M-1



ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ
«Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова»
(ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова)

РЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ В ГБОУВО РК КИПУ ИМЕНИ ФЕВЗИ ЯКУБОВА ДЛЯ
ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ
ОРГАНИЗАЦИИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Предмет Математика
ФИО (полностью) Куржи Мурата Эрбинович
Дата проведения 19.03.2026

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

**ГБОУВО РК «Крымский инженерно-педагогический университет
имени Февзи Якубова»**

Задания на заключительный этап олимпиады по математике 2026 года

1. Найти значение $f(2)$, если для любого $x \geq 0$ выполняется равенство

$$f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2.$$

2. Решить уравнение $\log_x 2 + \log_{2x} 4 = \log_{8x} 16$.

3. Найдите все значения параметра a , при которых один из корней уравнения $x^2 - (a - 2)x + a^2 - 4a = 0$ будет величиной, обратной к одному из корней уравнения $a^2x^2 - (a + 2)x + 1 = 0$.

4. Имеются 3 слитка: 1-й слиток – сплав меди и никеля, 2-й слиток – сплав никеля с цинком, 3-й слиток – сплав цинка с медью. Если сплавить 1-й слиток со 2-м, то процент меди в полученном сплаве будет в 2 раза меньше, чем он был в 1-м слитке. Если сплавить 2-й слиток с 3-м, то процент никеля в полученном сплаве будет в 3 раза меньше, чем он был во 2-м слитке. Какой процент цинка будет содержать слиток, полученный при сплаве трех слитков, если во 2-м слитке цинка 10%, а в 3-м – 7%?

5. На стороне AC треугольника ABC взята точка P , причем $AP:PC = 13:77$. Найдите площадь треугольника ABC , если площадь треугольника APB равна 39 см^2 . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

$$\textcircled{1} f(x) = x^2 - 3f\left(\frac{1}{x}\right)$$

M-1
репробун

$$f(2) = 2^2 - 3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\left(\log_2 8 + \log_2 x \right)$$

$$f(2) = 4 - 1,5 = \textcircled{2,5}$$

$$\textcircled{2} \log_x 2 + \log_{2x} 4 = \log_{8x} 16$$

$$\log_x 2 + \log_{2x} 4 - \log_{8x} 16 = 0$$

$$\log_x 2x$$

$$\log_x 8x$$

$$\log_x 2 + \frac{2}{1 + \log_2 x} - \frac{4}{3 + \log_2 x} = 0$$

Решено

$$\frac{\log_x 2 + 2 \log_x x^2}{\log_x x + \log_x x^2}$$

$$\log_2 x = 3 - 2\sqrt{3}$$

$$\log_2 x = 3 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 2^{3 - 2\sqrt{3}}$$

$$x = 2^{3 + 2\sqrt{3}}$$

$$\textcircled{2} \log_x 2 + \log_{2x} 4 - \log_{8x} 16 = 0$$

$$\begin{array}{r} 48/2 \\ 24/2 \\ 12/2 \\ 6/2 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \quad \sqrt{16} = 4$$

$$\frac{\log_2 2}{\log_2 x} + \frac{\log_2 4}{\log_2 2x} - \frac{\log_2 16}{\log_2 8x} = 0$$

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{2}{\log_2 2 + \log_2 x} - \frac{\log_2 4}{\log_2 8 + \log_2 x} = 0$$

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} - \frac{4}{3 + \log_2 x} = 0$$

$x > 0 \quad x \neq 1$

Let $\log_2 x = t$

$$\frac{1}{t} + \frac{2}{1+t} - \frac{4}{3+t} = 0$$

$$\frac{1}{t} + \frac{2}{1+t} - \frac{4}{3+t} = 0$$

OD3 | ~~$x > 0$~~ ~~$x > 1$~~

$1 + \log_2 x \neq 0 \Rightarrow \log_2 x \neq -1 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$

$\log_2 x \neq -1 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$

$\log_2 x \neq 2 \Rightarrow x \neq 4$

$$(1+t)(3+t) + 2t(3+t) - 4t(1+t) = 0$$

$$3 + t + 3t + t^2 + 6t + 2t^2 - 4t - 4t^2 = 0$$

$$-t^2 + 6t + 3 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$D = 36 + 12 = 48$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$t^2 - 6t - 3 = 0$$

$$t_2 = \frac{6 - 4\sqrt{3}}{2} = \frac{6 - 4\sqrt{3}}{2} \quad t_1 = \frac{6 + 4\sqrt{3}}{2} = 3 + 2\sqrt{3}$$

M-1
reproben

$$\log_x 2 + \log_{2x} 4 - \log_{8x} 16 = 0$$

$$\frac{\log_x 2 + \log_x 4}{\log_x 2x} - \frac{\log_x 16}{\log_x 8x} = 0$$

$$\frac{\log_x 2 + 2 \log_x 2}{\log_x x + \log_x x^2} - \frac{4 \log_x 2}{\log_x x + 3 \log_x 2} = 0$$

Egens
 $\log_x 2 = t$
 $t + 2t = t + 2t$
 $1 + 2t^2 + t^2 + 3t^3$

$$\frac{t + 2t}{1 + t} - \frac{4t}{1 + 3t} = 0 \quad + (t + 2t + t + 2t)$$

$$t((1+t)(1+3t)) + 2t(1+3t) - 4t(1+t) = 0$$

$$t + 3t^2 + t^2 + 3t^3 + 2t + 6t^2 - 4t - 4t^2 = 0$$

$$3t^2 + 6t - 1 = 0$$

92

$t = 0$ unm $3t^2 + 6t - 1 = 0$

$$D = 36 + 12 = 48$$

$$SD = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x^2 - (a-2)x + a^2 - 4a = 0 \\ a^2 x^2 - (a+2)x + 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - ax - 2x + a^2 - 4a = 0 \\ a^2 x^2 - a - 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

- $\triangle 1 - m + m \left\{ \frac{m}{2}, H - ? \right.$
 $\triangle 2 - m + y \left\{ \frac{m}{2}, y - ?, m - ? \right.$
 $\triangle 3 - y + m \left\{ \frac{m}{2}, y - ?, m - ? \right.$

1) проверим условие

БК.

2) условие БК для
 общего случая для

$\triangle APB$ и $\triangle APC$: ~~мы не знаем что про них~~

не знаем

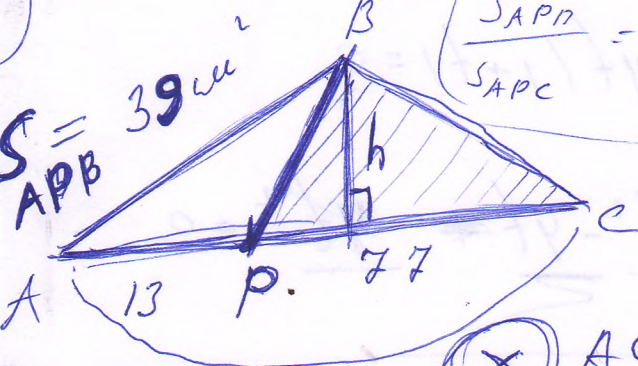
$$\frac{S_{APB}}{S_{APC}} = \frac{0,5 \cdot AP \cdot BK}{0,5 \cdot PC \cdot BK} = \frac{AP}{PC} = \frac{13}{77}$$

S_{APC}

$$\frac{S_{APB}}{S_{APC}} = \frac{13}{77}$$

$S_{ABC} - ?$

$$S_{\triangle} = \frac{ah}{2}$$



$S_{APB} = 39$

~~$39 = \frac{13 \cdot h}{2}$~~

~~$S_{APC} = S_{APB} + S_{APC}$~~

90°

нашей

$39 + 231$

$= 270$

$$\frac{S_{APB}}{S_{APC}} = \frac{0,5 \cdot AP \cdot h}{0,5 \cdot PC \cdot h}$$

$$\frac{AP}{PC} = \frac{13}{77} = \frac{13}{13 \cdot 7} = \frac{1}{7}$$

$77 = h$

$$\frac{S_{APB}}{S_{APC}} = \frac{13}{77} \Rightarrow \frac{39}{S_{APC}} = \frac{13}{77}$$

$$S_{APC} = \frac{39 \cdot 77}{13} = 231$$

$\begin{array}{r} 77 \\ + 3 \\ \hline 210 \\ + 21 \\ \hline 231 \end{array}$

3) Если t и $\frac{1}{t}$ - корни уравнения

$$x^2 - (a-2)x + a^2 - 4a = 0, \quad a^2 x^2 - (a+2)x + 1 = 0,$$

то:

$$t^2 - (a-2)t + a^2 - 4a = 0$$

$$t^2 - (a+2)t + a^2 = 0$$

разносим корни двух уравнений $\Rightarrow t = a \neq 0$

\Downarrow

$$a^2 - 2a = 0$$

$$a(a-2) = 0$$

$$a = 0$$

$$\text{или } a = 2$$

не выберем

Ответ: 2

решения

$$\textcircled{1} f(x) + 3f\left(\frac{x}{2}\right) = x^2, f(x) = 2$$

M-1
Fragebogen 2

$$f(2) + 3f\left(\frac{2}{2}\right) = 4$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) + 3f(2) = \frac{1}{4} \cdot 3$$

$$\left\{ \begin{aligned} 3f\left(\frac{1}{2}\right) + 9f(2) &= \frac{3}{4} \\ 3f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) &= 4 \end{aligned} \right.$$

$$8f(2) = \frac{3}{4} - 4 = -\frac{13}{4}$$

$$f(2) = -\frac{13}{32}$$

$$\text{Antwort: } -\frac{13}{32} \quad \checkmark$$